中華農業研究（Jour. Agric. Res. China）48(2)：86～99（1999）

水芋收穫指數的動態模式[1]

呂秀英[2]　呂椿棠[2]　陳烈夫[3]

摘要：本研究之目的在建立水芋收穫指數之動態模式，並進而探討模式之生長參數估計值在不同種植期下的季節變異性，以解析其對最終收穫指數的影響。模式呈一種連續的三相分段線性函數，不但所有種植期下的水芋收穫指數都能配合模式良好，同時該模式能解釋收穫指數總變異的能力高達95％以上。從模式中可推測出收穫指數在遲滯期、線性增加期及成熟期之三個直線階段的速率及持續時間。根據動態模式之解析，可知收穫指數線性增加期的開始及結束受到栽培季節之氣象變化影響甚鉅，故造成最終收穫指數在不同種植期之間的季節性差異。水芋最終收穫指數之表現主要決定於線性增加期收穫指數的增加速率及持續時間，而以時間長短最爲重要。至於遲滯期及成熟期的影響則不大。

關鍵詞：水芋、收穫指數、動態模式、三相分段線性函數、季節性變異。

前　言

芋爲本省古老民食、傳統健康食品及夏季重要蔬菜，栽培簡單而省工，且適應性廣，在本省可全年栽種，其重要性僅次於甘藷、馬鈴薯及樹薯。栽培芋的主要收穫利用部位，大部份指的是球莖（corm）產量，是爲經濟產量（economic yield）；而一般所謂的生物產量（biological yield），則指芋在全生育期中生產之地上葉部（含葉片及葉柄）和地下球莖的總產量。收穫指數（harvest index, HI）的定義爲經濟產量與生物產量之比值，在根莖類作物中，是指光合作用合成物分配至塊莖、球莖或塊根部份的比率，可用以評估乾物質生產分配的效率。提高收穫指數，表示乾物質分配至收穫部份的比例增加，而收穫指數的大小則被認爲是一個間接選拔提高球莖產量有潛能的指標(1,2,16)。陳(3)利用複迴歸方程式，發現水芋收穫指數及地上部乾物重同爲影響球莖產量之重要因子，而以收穫指數更爲重要，故提高收穫指數，當可期獲有高的球莖產量。

收穫指數在育種上被用來描述作物同化物質累積及再運轉到最終產量之能力，涉及到極爲多樣及複雜之過程，同時也會受到基因型及環境之影響(8)。近年來許多學者開始利用數理型態來探討作物收穫指數隨時間之動態變化。Speath and Sinclair(25)指出大豆在開花期之後的收穫指數隨時間呈線性增加。該種反應在棉花(23)、玉米(19,20)、大麥(9)及小麥(18)均有發現。Chapman *et al.*(7)藉此而發展出向日葵生長發育之作物模擬模式（QSUN）。對穀類作物而言，利用收穫指數之線性增加，以及定義該增加之始末的簡單法則，不但避免了更多的複雜性，而且實質上結合了開花期前預儲之同化物質再運轉到穀粒產量之能力，因此可以不再需要利用穀粒數目及穀粒大小之複雜預測來預估穀粒之產量(6)。

---

1. 臺灣省農業試驗所　研究報告第1977號。
2. 本所農藝系研究員與助理研究員。臺灣省　臺中縣　霧峰鄉。
3. 本所農場管理室助理。臺灣省　臺中縣　霧峰鄉。

水芋為多年生宿根性球莖作物，全生育期均處於營養生長狀態，但根據植株各部位乾物質生產分配的趨勢，亦可大致將水芋整個生長期劃分成生長初期、地上部生長旺盛期、球莖快速膨大期及球莖成熟期之四個階段(3)。所有種植期之水芋植株在移植後前兩個月內均處於生長初期，以新葉片的生成為主，球莖純粹在消耗狀態，故球莖所佔比率急速下降，之後植株進入地上部生長旺盛期及球莖快速膨大期，球莖比率呈快速增加，最後於球莖成熟期，其球莖所佔比率的增加速率則減緩；而且水芋全生育期植株各部位乾物重佔全株乾物重之百分比變化在不同種植期之間有明顯的差異(5)。水芋球莖乾物重所佔比率，即水芋的收穫指數。因此可推知，水芋的收穫指數隨時間之動態變化，亦如同穀類作物一般呈現出線性增加之趨勢，惟其在不同生長階段下的增加速率並不相同，同時也會受到栽培季節環境變異之影響。因此，如何利用水芋收穫指數之線性增加，來建立水芋收穫指數之動態模式，並進而探討模式之生長參數估計值在不同種植期下的季節變異性，以解析其對最終收穫指數的影響關係，為本研究之主要目標。

材料及方法

一、試驗材料之培育

本研究以臺灣地區栽培最廣的地方品種檳榔心芋為試驗材料；田間栽培試驗在農業試驗所之田區進行，自 1995 年 1 月起每隔二個月種植一次，為期兩年，共計十二個種植期。每一種植期重複四次，行株距 70×30 公分，每行 25 株，每重複種植 8 行共 200 株。本試驗採水田栽培方式種植，整地方法與種植水稻時相同。自種芋田選取子芋，秤重後取 35±10 公克之芋苗，逢機種植於試驗田區。種植後田間保持淺水 3-5 公分，生育期間前七個月田間經常保持淹水狀態，以後則僅維持土壤濕潤狀態。

肥料為硫酸銨、過磷酸鈣及氯化鉀，氮、磷、鉀三要素每公頃施用量各為 700、200 及 600 公斤。平均分為七等分於移植前及移植後每隔一個月施用一次。生育期間之雜草控制，在種植後 1 至 3 天每公頃施用 5%丁基拉草粒劑 30 公斤，並保持 3 至 5 公分淺水 3 天，種植後一個月再以同量施用一次，爾後則視田間雜草及子芋產生數量適時拔除，以免影響水芋正常生長。病蟲害防治則依實際情況適時防治（參閱農林廳編-植物保護手冊），其他管理方法則依一般慣行法行之。

二、性狀調查及收穫指數之估算

從移植後每隔一個月，自各重複中逢機選取 3 株生育正常的植株，四個重複共計 12 株，將葉片、葉柄及球莖分別置於送風乾燥箱中以 100℃烘乾二小時，再以 80℃烘乾 72 小時，然後秤量各部位之乾物重，每一種植期取樣調查 10 次。

芋之收穫指數（HI）為球莖產量與生物產量之比值，產量以生理研究之乾物重為基礎，即

$$HI = CDW / (CDW + UDW) \times 100 \qquad [1]$$

式中 CDW 為單株地下部球莖乾物重（g plant^{-1}），UDW 為單株地上部（葉片及葉柄之總計）的乾物重（g plant^{-1}）。

三、收穫指數動態模式之建立

由於水芋植株在生長初期係以新葉片的生成為主，球莖純粹在消耗狀態，故收穫指數呈急速下降，之後植株進入地上部生長旺盛期及球莖快速膨大期，收穫指數呈快速增加，直至成熟階段，收穫指數之線性增加才又減緩(5)，此呈現出一種連續的三相分段線性函數（three-phase piecewise linear function）之生長曲線型態，如圖 1 所示。圖中係以本試驗 1995 年 3 月種植期之收穫指數資料為例說明，將收穫指數隨時間之變化分為三個時期：遲滯期（lag phase）、線性增加期（duration of linear increase）及成熟期（maturity stage）。連接三段直線間的結點（knot），分別為線性增加期的開始及結束。其數理公式如下：

$$f = \begin{cases} f_1(t) = [x_1(T_1-t) + x_2(t-t_1)] / (T_1-t_1), & \text{if } t_1 \le t \le T_1 \\ f_2(t) = [x_2(T_2-t) + x_3(t-T_1)] / (T_2-T_1), & \text{if } T_1 \le t \le T_2 \\ f_3(t) = [x_3(t_4-t) + x_4(t-T_2)] / (t_4-T_2), & \text{if } T_2 \le t \le t_4 \end{cases} \quad [2]$$

式中f爲收穫指數（HI）；t爲移植後的時間（月數），t_1爲遲滯期開始時間，T_1爲f_1與f_2相交發生的時間（即線性增加期之開始），T_2爲f_2與f_3相交發生的時間（即線性增加期之結束），t_4爲最終收穫時間；x_1爲 t_1上的 HI 值，x_2爲f_1與f_2相交時的 HI 值，x_3爲f_2與f_3相交時的 HI 值，x_4爲 t_4上的 HI 值。三相分段線性函數之公式推導由來，列於附錄。

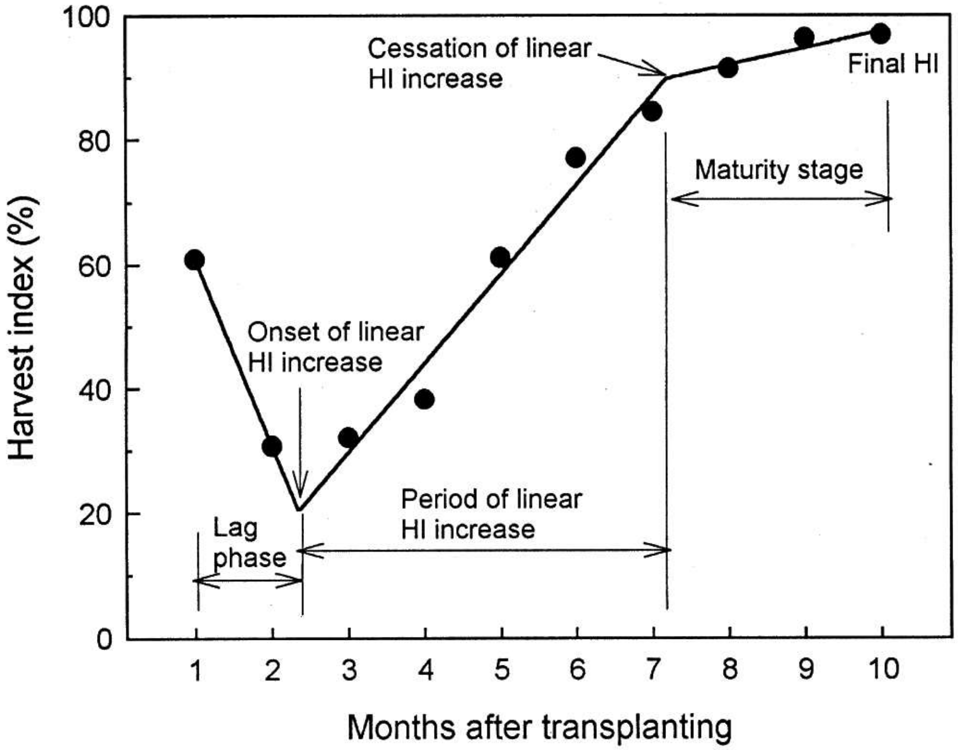


圖 1. 以 1995 年 3 月種植期試驗資料爲例，說明水芋收穫指數所呈現之三相分段線性函數之動態生長型態。圖中顯示如何定義遲滯期、線性增加期及成熟期。

Fig. 1. A three-phase piecewise linear function fitted to harvest index （HI） taken from wetland taro under the transplanting season of March, 1995. The graph shows how to define the lag phase, period of linear increase and maturity stage.

配合該函數時，首先應該確認四個時間點。本研究取樣時間自移植後第一個月到第十個月止，因此t_1, t_4各爲 1 及 10 個月，至於 T_1 及 T_2 兩結點發生的時間，由於水芋全生育期均處於營養生長狀態，難以由植株外觀或生理狀態來已知確認，故必須經由模式來預估。換言之，該模式中共包含了六個未知的參數（parameter）：$x_1, x_2, x_3, x_4, T_1, T_2$，因此在求解函數方程組的根（root，即參數的估計值）時，必須針對每個參數先定義一個離根不遠的值爲起始值（initial value），然後藉著迭代法（iterative

method），將這些起始值代入方程組中以產生一組接近眞值的近似值，該新的值再代入而產生第二組近似值，這過程一直持續，直到連續之變值在可容忍的誤差範圍內得到一個最接近眞值的近似值。因此在使用迭代法配合曲線時，有一些判斷是必要的，第一是變數的起始值必須非常接近收斂解，以使收斂的速度最快，第二是連續變數值間之相異程度的容忍值應該很小，以便得到合理的近似值，但也不能太小，以致於超過取捨（round-off）。根據陳[5]利用水芋植株各部位乾物質生產分配趨勢所劃分的生長階段，前兩個月爲水芋之生長初期，而球莖收穫期則因不同種植期而異，在有利之栽培季節（11～3 月種植期）下於移植後第 8、9 個月時開始進入球莖收穫期，而不利之栽培季節（5～9 月種植期）下約於移植後第 6 個月後即進入球莖收穫期，因此本研究設定 T_1 初值爲 3 個月，而 T_2 初值爲 8 個月（爲求簡化並加速迭代之收斂速度，對於 T_2 初值之決定，在此係取各種植期的一個中間值）。x_1, x_2, x_3, x_4 之初值，則分別設定爲（t_1, T_1, T_2, t_4）=（1, 3, 8, 10）時所對應之 HI 不遠的值，以圖一之 1995 年 3 月種植期資料爲例說明，x_1, x_2, x_3, x_4 之初值可分別設定爲 60, 30, 91, 97。利用迭代法求方程組的根，是很難用手算的，因此本研究係利用統計繪圖軟體 SigmaPlot 4.0 [26,27] 來配適該連續的三相分段線性函數，並設定可容忍的誤差（tolerance）爲 0.0001，收斂次數（iterations）及重複步驟大小（stepsize）均設定爲 100 次。模式的配合度，可由 F 測驗顯著性及決定係數 R^2 值大小來判斷：F 值顯著且 R^2 甚高，表示該模式能有效解釋 HI 的動態變化。

在已建立之動態模式下，可以利用六個參數值之估計值，進而求算出各段直線 HI 的增加速率（斜率）及持續時間。各時期線性 HI 每月增加的速率（monthly rate of linear HI increase, g $month^{-1}$），可以經由下式計算而得：

$$
\begin{aligned}
b_1 &= (x_2 - x_1) / (T_1 - t_1) \\
b_2 &= (x_3 - x_2) / (T_2 - T_1) \\
b_3 &= (x_4 - x_3) / (t_4 - T_2)
\end{aligned}
\quad [3]
$$

而各時期線性 HI 的持續時間（duration of linear HI increase, months）計算如下：

$$
\begin{aligned}
D_1 &= T_1 - t_1 \\
D_2 &= T_2 - T_1 \\
D_3 &= t_4 - T_2
\end{aligned}
\quad [4]
$$

本研究將比較不同種植期下水芋收穫指數於各時期的線性 HI 之增加速率及持續時間，並探討其季節變異性對水芋最終收穫指數的影響關係。

結　果

兩年共十二個種植期下的水芋收穫指數（HI）隨生育時間之變化，及其配合三相分段線性函數的結果，示如圖 2 及表 1。由表 1 得知，所有種植期配合模式的 F 測驗之機率值（Prob>F）皆小於 0.05 之顯著水準，顯示所有種植期下的水芋收穫指數都能配合模式良好，該模式能解釋 HI 總變異的能力高達 95 %以上（決定係數 R^2 都大於 0.95），因此利用此動態模式來解釋收穫指數隨時間之變化，可信度甚高。

要特別提出說明的是，1995 年 11 月種植期於移植後第 7 個月期間因逢中度颱風凱姆及強烈颱風賀伯連續侵襲過後，植株爲能有充分供源運轉到地上部，以加速回復嚴重受損之葉片，球莖乾物質大量消耗，致使收穫指數不增反降，而造成該取樣時期 HI 值之異常；若將該異常值加入，會影響模式配合的顯著性，R^2 也只有 0.76，因此本研究在進行 1995 年 11 月種植期之模式配合時係將此異常值摒除不計而獲得表 1 所列之結果。

所建立之動態模式共包含有六個參數，其中以 x_2, x_3, T_1, T_2 具有其生物上的特定意義：水芋 HI 的線性增加期開始於 T_1 而結束於 T_2，在這兩個時間的 HI 預測值分別爲 x_2 及 x_3。由表 1 結果得知，11～3

月種植月份下水芋 HI 線性增加期約開始於移植後第 3 個月前後，結束於移植後第 8～9 月，而不同年度之間的結果相當一致；5～9 月種植月份下水芋 HI 線性增加期皆開始於移植後第 2～3 個月，但結束時間則因種植月份而異：5 月種植月份的 T_2 在移植後第 5～7 個月，7 月種植月份為移植後第 5～6 個月，9 月種植月份為移植後第 3～4 個月，不同年度之間亦相當一致。

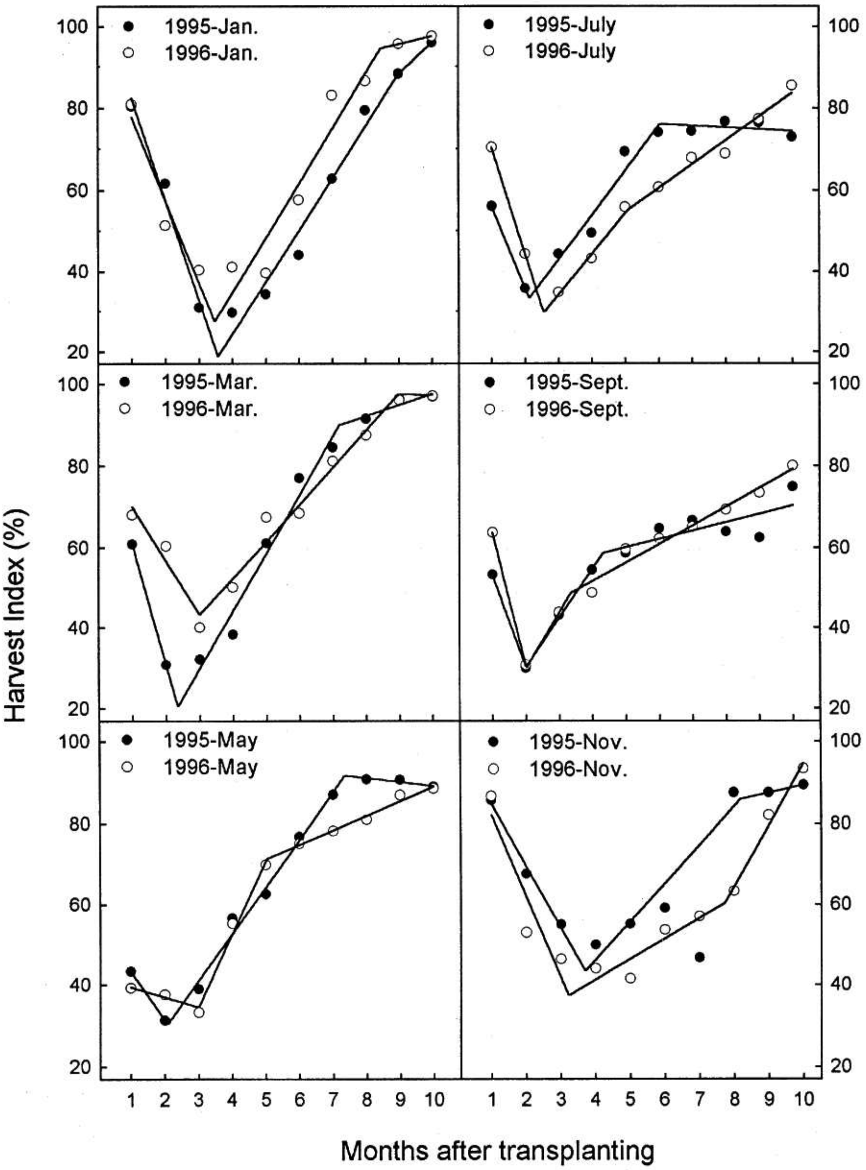


圖 2. 不同種植期下水芋收穫指數隨時間之動態變化。
（點為實際觀測值，實線為三相分段線性函數之曲線配合）

Fig. 2. Dynamic variation of harvest index with time in wetland taro under different transplanting months. (Point for observed value, and solid line for fitted curve by using three-phase piecewise linear function.)

表 1. 不同種植期下水芋收穫指數隨時間（移植後月數）之動態生長以三相分段線性函數配合結果所得之參數估計值

Table 1. Parameter estimates of the three-phase piecewise linear functions fitted to harvest index vs. month after transplanting for all transplanting seasons

	Jan.[z]		Mar.		May	
	1[y]	2	1	2	1	2
x_1	82.40	77.85	60.85	70.06	43.29	39.47
x_2	18.96	27.64	20.44	43.35	30.45	34.56
x_3	87.94	94.54	89.93	97.42	91.69	71.52
x_4	95.94	97.55	97.60	97.30	89.15	89.03
T_1	3.57	3.47	2.34	3.00	2.08	3.00
T_2	8.96	8.46	7.18	8.96	7.35	5.03
Prob > F	0.0017	0.0106	0.0006	0.0026	0.0001	〈0.0001
R^2	0.980	0.949	0.988	0.975	0.995	0.997

	July		Sept.		Nov.	
	1	2	1	2	1	2
x_1	56.05	70.44	53.25	63.76	84.79	82.12
x_2	33.29	29.72	30.16	30.06	43.40	37.33
x_3	76.16	55.13	58.76	48.76	85.98	60.36
x_4	74.46	83.70	70.43	79.29	89.39	94.64
T_1	2.12	2.56	2.00	2.02	3.70	3.22
T_2	6.04	5.07	4.32	3.35	8.18	7.73
Prob > F	0.0028	0.0003	0.0103	0.0007	0.0176	0.0115
R^2	0.974	0.992	0.950	0.988	0.970	0.947

[z] transplanting month

[y] year cycle: 1-1995, 2-1996.

Prob>F: the probability of F test.

R^2: the coefficient of determination.

利用模式中的六個參數值，進而估算不同種植期下水芋收穫指數於三段直線時期的速率及持續時間，結果列於表 2。由於水芋 HI 的每月增加速率在不同年度及種植月份之間存有明顯差異，故將其兩年之平均與差異值，各以點及誤差區間表示於圖 3，以探討其在不同種植月份之間及同一種植月份不同年度之間的變異性。從圖 3 可知，不同種植月份下 HI 於遲滯期之平均耗損速率以 5 月種植最慢，兩年平均以每月 7g 呈線性減少，其他種植月份則 HI 耗損速率相近，在遲滯期間平均每月以 20～30g 呈線性減少，至於年度之間的差異則以 3、5、9 月種植月份較大，但不同種植月份之差異遠大於年度變異；不同種植月份下 HI 於線性增加期的速率，除了 11 月種植最慢（平均每月以 7g 之速率增加）之外，其他種植月份之間的變動不致太大，速率為平均每月 10～15g，而各種植月份間的差異趨勢在不同年度仍維持一致；不同種植月份下 HI 於成熟期的速率，明顯地較線性增加期的速率減緩（1996 年 11 月種植期例外，如表 2 所示），其平均每月以 10g 以下之速率增加，但有些種植月份甚至在某些年度還呈現停止或衰減狀態（即速率為近於 0 之負值，如表 2 所示），除 11 月種植以外，其他種植月份在不同年度之間的變異不大。從圖 3 比較三段直線時期之結果，顯然遲滯期的 HI 速率在不同年度及種植月份之間的表現最不穩定。不同種植期下水芋 HI 的持續時間，由於在年度之間的表現相當一致（表 2），故進而從圖 4 之平均兩年的結果得知，水芋 HI 遲滯期的持續時間以 11、1 月種植為最長，達三個月之久，佔全生育期約 35 %，然後依次為 3、5、7、9 月種植，至少需兩個月，佔全生育期 20～27 %；HI 線性增加期則以 1、3 月種植最長，達五個月之久，佔全生育期 50 %以上時間，其次為 11 月種植之 4 個半月，佔全生育期 45 %，然後為 5、7 月種植之約三個半月，佔全生育期約 35 %，最短為 9 月種植，最多只有兩個月，佔全生育期 18 %；HI 成熟期之持續時間的季節性變異則與線性增加期之持續時間的差異趨勢正好相反，以 9 月種植最長，達六個月之久（佔全生育期約 62 %），最短為 1、3、11 月種植，僅一、兩個月，而 5、7 月種植達四個月。由於水芋為多年生宿根性作物，為有利於進行不同種植期間的產量比較，本研究對所有種植期之植株均一律調查取樣到移植後第 10 個月為止，因此 HI 成熟期的持續時間較長，並不表示水芋球莖可以眞正維持這樣長的採收時間，其只不過是反映出該種植期下的水芋可以提早採收而已（即 HI 線性增加期提早結束）。由於成熟期的 HI 增加速率遠低於線性增加期的速率，因此對於 HI 成熟期較長的種植月份，延後採收未必就能提高最終收穫指數。

一般而言，線性增加期的速率高且持續時間長，才能獲致最高的最終收穫指數。不同種植期於 HI 線性增加期結束時（即水芋 HI 成熟期之開始，此時水芋的球莖其實已經可以開始進行採收）與移植後第 10 月之最終採收時所預測的收穫指數，示於圖 5。從圖中顯示，無論線性增加期結束時或最終的收穫指數，均以 1、3 月種植最高，可達 90 %以上，其次為 5 月及 11 月種植，而 7、9 月種植最低；雖然 7、9 月種植因具有較長的成熟期持續時間（如圖 4 所示），致使其 HI 從線性增加期結束到最終採收時這段期間可獲得較多的增加，但增加幅度仍然有限，故其最終收穫指數仍然居所有種植期之末；至於 11 月種植期，由於第一年栽培期間受到颱風異常氣候之影響，造成該年度線性增加期結束時之 HI 急速降低（此並造成該種植月份的兩年平均之 HI 降低，如圖 5 所示），但很快地在最終採收時 HI 即回復，故兩年之最終 HI 相近，且不致太低。

比較圖 3、4、5 之結果，顯然線性增加期結束時及最終的收穫指數在不同栽培季節下的差異性，恰與 HI 線性增加期之持續時間在不同種植月份間的差異變化一致。至於遲滯期的速率與持續時間，雖然在不同種植期之間仍略有差異，但看來其對線性增加期結束及最終的收穫指數並未造成明顯的影響。水芋在 1、3 月種植時適逢冬末春初，氣溫及日射量均較低，移植後生長初期球莖消耗速率雖然不高，但 HI 線性增加期開始也較晚（故遲滯期較長），但進入春夏後，因氣溫及日射量回升，加速了 HI 線性增加期的速率，這段時期一直持續到移植後第 8 個月進入秋冬時，氣溫及日射量才又下降，因此得以維持較長的 HI 線性增加期，而最終獲致較高的收穫指數。反之，若於 7、9 月種植水芋，生

表 2. 不同種植期下水芋收穫指數在各直線時期的每月增加速率及持續時間

Table 2. Monthly rate and duration of linear harvest index （HI） increase for each linear phase under different transplanting seasons

Phase	Jan.[z]		Mar.		May	
	1[y]	2	1	2	1	2
Monthly rate of linear HI increase （g $month^{-1}$）:						
Lag	- 24.72	- 20.31	- 30.12	- 13.35	- 11.88	- 2.46
Increase	12.78	13.42	14.36	9.07	11.63	18.20
Maturity	7.72	1.95	2.72	- 0.12	- 0.96	3.52
Duration of linear HI increase (months):						
Lag	2.57	2.47	1.34	2.00	1.08	2.00
Increase	5.40	4.99	4.84	5.96	5.27	2.03
Maturity	1.04	1.54	2.82	1.04	2.65	4.97

Phase	July		Sept.		Nov.	
	1	2	1	2	1	2
Monthly rate of linear HI increase （g $month^{-1}$）:						
Lag	- 20.35	- 26.16	- 23.11	- 33.12	- 15.33	- 20.15
Increase	10.93	10.12	12.34	14.05	9.50	5.11
Maturity	- 0.43	5.79	2.05	4.59	1.88	15.07
Duration of linear HI increase (months):						
Lag	1.12	1.56	1.00	1.02	2.70	2.22
Increase	3.93	2.51	2.32	1.33	4.48	4.50
Maturity	3.96	4.93	5.68	6.65	1.82	2.27

[z] transplanting month.

[y] year cycle: 1-1995, 2-1996.

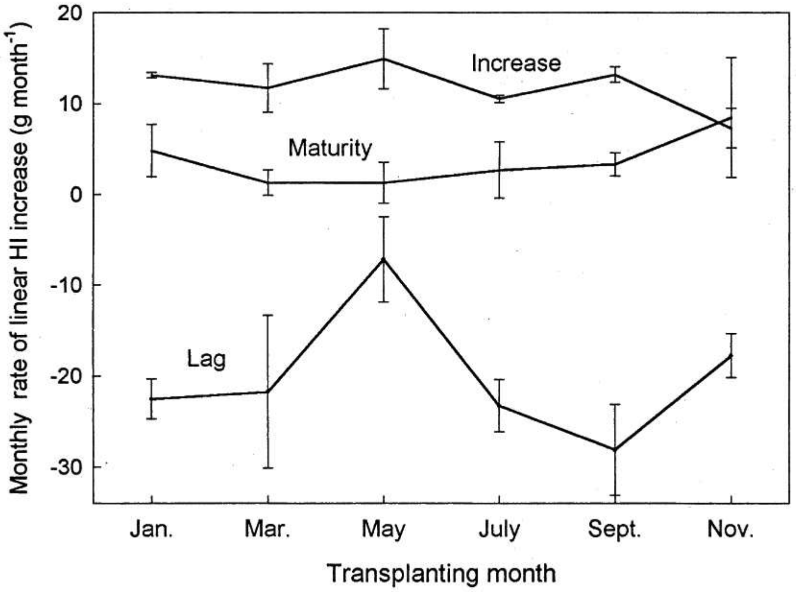


圖 3. 不同種植期下水芋線性收穫指數在各直線時期的每月增加速率。（點爲兩年平均，誤差區間爲兩年之差値）

Fig. 3. Monthly rate of linear harvest index （HI） increase for each linear phase in wetland taro under different transplanting months. (Point for mean of two years, error bar for difference between two years)

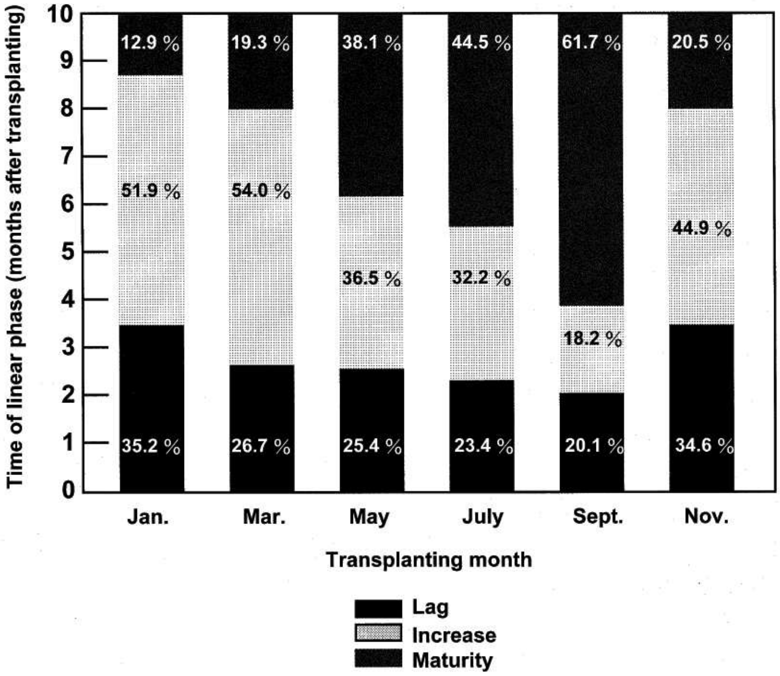


圖 4. 不同種植期下水芋線性收穫指數在各直線時期的持續時間。圖中並顯示各時期的持續時間佔全生育期之百分比。

Fig. 4. The duration of linear harvest index （HI） increase for each linear phase in wetland taro under different transplanting months. The graph also shows their relative percentages during the growth periods.

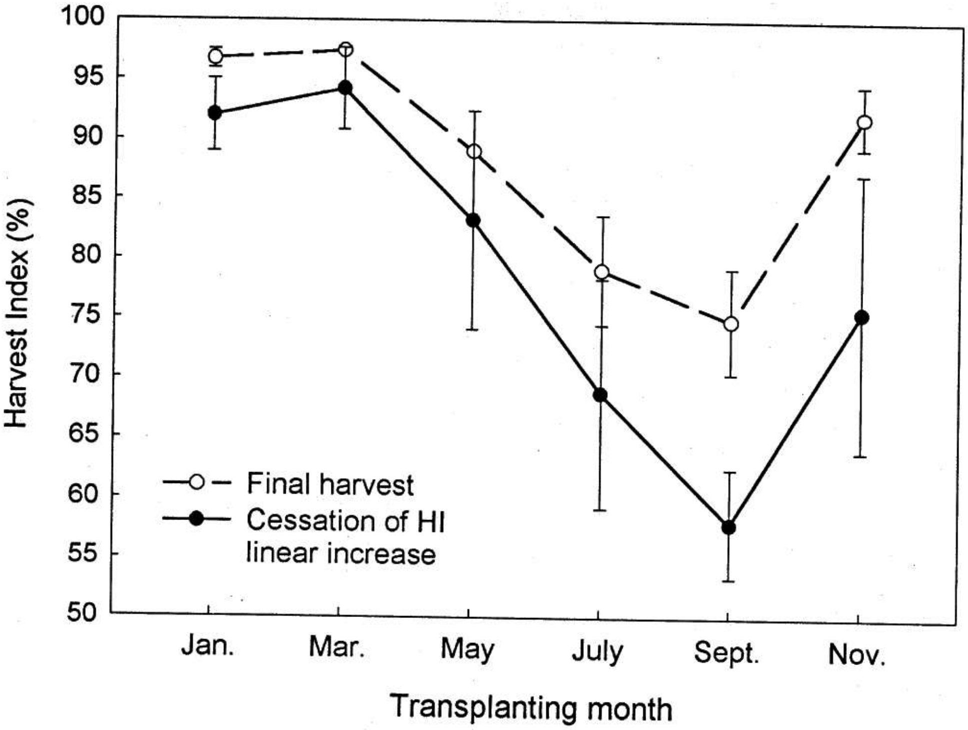


圖 5. 水芋於線性增加期結束及最終採收時之收穫指數在不同種植期之間的差異。（點爲兩年平均，誤差區間爲兩年之差值）

Fig. 5. Difference of the harvest index （HI） at the cessation of linear increase and final harvest in wetland taro among different transplanting months. （Point for mean of two years, error bar for difference between two years）

長初期之夏季的高溫多日照，使得球莖消耗變快，但也有利於光合作用，加速新葉的生成，致使HI線性增加期開始較早（故遲滯期較短），但因爲生長中期後即進入秋冬，氣溫及日射量變低，HI線性增加期很快就結束，縱然該時期的速率未必低於 1、3 月種植月份，但因爲早期供源強度不足，最終也無法獲致高的收穫指數。5 月及 11 月種植月份的最終收穫指數雖然相近，但形成因素卻大不相同：5 月種植月份的 HI 線性增加期的速率較高（線性增加期開始於夏季中期，高溫多日照有利於提高速率）但持續期較短（線性增加期因進入冬季，低溫及低日射量影響光合成物質之同化及轉運，因而提早結束）；而 11 月種植月份的 HI 線性增加期因持續時間較長（從春季即開始，一直到秋天來臨），雖然其速率最低（生長初期連續 3、4 個月之低溫及低日射量，使水芋葉片生長不良，早期供源強度因此不足），卻正好產生了補償作用。綜觀之，水芋最終 HI 之表現，主要決定於 HI 線性增加期的速率及持續時間，而以時間長短最爲重要。由圖 5 亦可以看出，7～11 月種植月份的最終收穫指數在年度之間的變異遠大於其他種植月份，這是因爲其栽培期間的地上部容易受到梅雨或颱風之異常氣候影響，故生長表現較不穩定。

討　論

數學函數係根據一些簡單的假設前提，在可容忍的準確度下，以發展出生長曲線來表現生長的特

性，相當於是以動態的方法來描述植物之生長分析[22]。同一套生長資料，利用不同函數配合，可能準確度都很高，而且不同函數之間未必可以很準確地作一明顯的區分[14,28,29]，但是如果整個函數或生長參數無法表達出生物學上的意義，根本沒有生物上之應用價值[14,28]。本研究利用連續的三相分段線性函數，不但可以配適水芋之收穫指數的動態生長曲線非常良好，其模式中所包含的生長參數也具備有生物上的意義。若是使用三次曲線迴歸函數（$HI=a+bt+ct^2+dt^3$），雖然也能配適良好（作者另行分析，但並未列入本研究報告中），但最多也只能從迴歸係數估值利用一次微分以推測出 HI 最低值發生的時間（此相當於三相分段線性函數中線性增加期的開始）而已。由本研究之三相分段線性函數的公式（[2]式），可以看出這是一種線性內插多項式（linear interpolation polynomial）[15]，有別於使用最小平方法（least squares method）所配適的分段直線迴歸式（piecewise linear regression）[21]。線性內插多項式是比較簡單的線性方程組，在求解過程中只能特定一個近似的準確度，而不可能準確地表示出它的準確度，因此總是需要限定誤差的大小，以迭代法求得一個接近眞值的近似值。多項式的配合，事實上隱含的假設是這些數據沒有試驗機差（除了取捨以外），所以它能剛好在數據點適切的配合內插多項式。假若這是含有試驗機差的資料，對於精確性的假設將是不正確的，而最小平方法是求出這問題的最佳曲線配適方法[15]。但是迴歸分析必須建立在試驗機差符合常態分布之假設前提上[21]，而收穫指數爲百分比資料，並不一定符合常態分布；再者，迴歸分析的資料點數若太少，則容易有過度配合（over-fit）的現象，將影響迴歸係數估計的準確度[17]，而本研究將水芋收穫指數隨時間之變化分爲三段直線時期，通常在遲滯期及成熟期的點數都很少，故假若利用分段直線迴歸未必有效。因此，本研究捨最小平方法之分段做迴歸，而採內插多項式來建立水芋收穫指數的動態模式，故稱之爲三相分段線性函數，而非分段直線迴歸。

在所建立之水芋收穫指數的動態模式中，以HI線性增加期的開始（T_1）、結束（T_2）、速率及持續時間對解析最終 HI 表現上最爲有利。Chapman *et al.*[7] 在 Hall *et al.*[11,12] 所假設之 HI 線性增加不受基因型、栽植時間及營養條件影響之基礎下，發展出向日葵生長發育之作物模擬模式，並利用穀粒充實之 HI 線性增加期的速率，來決定出最終 HI 及產量。但利用 HI 之線性增加來預測產量，則有必要同時定義線性增加期的開始及停止之時間。Hall *et al.*[10] 定義向日葵胚芽生長之線性增加期開始於小苘花開花後第 8 天，但 Chapman *et al.*[7] 爲求簡化，則定義向日葵遲滯期爲第一次發現開花到生理成熟之間前 10 %時間，而線性增加期則開始於前 50 %及停止於後 90 %時間。然而，水芋全生育期均處於營養生長狀態，甚難由植株外觀或生理狀態來已知確認，同時水芋的球莖產量及 HI 對生長期間之環境條件十分敏感[3,5]，因此一個好的水芋 HI 動態模式，必須可以預估出 HI 線性增加期的開始及結束，同時能夠解釋芋作物在其全生育期間所遭受之環境變異。由本研究從動態模式之解析中，可知水芋 HI 的動態生長受到栽培季節之氣候變化影響甚鉅，而其中以 HI 線性增加期的開始及結束對氣溫及日射量最爲敏感，尤其是氣溫，以致造成不同種植期之間差異極爲明顯，但 HI 線性增加期的速率似乎對不同種植期的季節性變異較不敏感。此與在小麥[30]、玉米[19,20]、花生[13]、向日葵[6]方面之研究發現溫度會影響 HI 線性增加的看法，並不相同。按小麥、玉米、花生、向日葵這些一年生作物從營養生長期、開花期到成熟期的時間都比較固定，受外界環境條件影響也較小，故氣溫之影響主要表現在速率上。但多年生之芋作物的全生育期非常長，且地上部旺盛期及球莖快速膨大期因種植期不同而有明顯差異[5]，因此當 HI 線性增加期很長時，絕對會比速率相近但持續時間很短來得有利，如 1、3 月種植期之優於 7、9 月種植期。若 HI 線性增加期的持續時間相近，則氣溫對線性增加速率的影響才可能凸顯出來。線性增加期的速率及持續期之間若能達到某種平衡，多少也能產生補償作用，如 5 月種植期之速率較高但持續期較短，與 11 月種植期之持續期較長但速率最低，致使該兩個種植月份最終之 HI 相近。至於水芋遲滯期之持續時間與速率在不同種植期間的變異，主要也是受到氣溫之影響，此與小麥[24]及向日葵[6]之研究發現上一致。但由於水芋全生育期相當長，生長初期（遲滯

期）的表現對其最終球莖產量之影響並不明顯。綜言之，對水芋而言，其最終 HI 之表現主要決定於 HI 線性增加期的速率及持續時間，而以時間長短最爲重要。

誌　謝

本研究承蒙行政院國家科學委員會補助經費（NSC85-2321-B055-005, NSC86-2321-B055-002, NSC87-2321-B055-003），特此誌謝。

引用文獻

1. 李良。1986。甘藷收穫指數之變異及其在育種上關係之研究。中華農學會報 136:25-36。
2. 李良。1987。甘藷收穫指數之遺傳及其與塊根乾物收量等有關性狀之關係。中華農學會報 140:11-22。
3. 陳烈夫。1996。水芋收穫指數與乾物質生產分配之關係。中華農業研究 45:174-185 。
4. 陳烈夫、呂秀英、呂椿棠、賴吉雄。1995。水芋葉面積與乾物質生產之關係。中華農業研究 44:59-71。
5. 陳烈夫、呂椿棠、呂秀英。1998。水芋在不同栽培季節之生長分析。中華農業研究 47:220-241。
6. Bange, M. P., G. L. Hammer, and K. G. Rickert. 1998. Temperature and sowing date affect the linear increase of sunflower harvest index. Agron. J. 90:324-328.
7. Chapman, S. C., G. L. Hammer, and H. Meinke. 1993. A sunflower simulation model: I. Model development. Agron. J. 85: 725-735.
8. Donald, C. M., and J. Hamblin. 1976. The biological yield and harvest index of cereals as agronomic and plant breeding criteria. Adv. Agron. 28:361-405.
9. Goyne, P. J., H. Meinke, S. P. Milroy, G. L .Hammer, and J. M. Hare. 1996. Development and use of a barley crop simulation model to evaluate production management strategies in north-eastern Australia. Aust. J. Agric. Res. 47:997-1015.
10. Hall, A. J., C. A. Chiamenti, F. Vilella, and G. Freir. 1985. Timing of water stress effects on yield components in sunflower. pp.131-136. In: Proc. Int. Sunflower Conf., 11th, Mar del Plata, Argentina. 10-13. Mar. 1985. Int. Sunflower Assoc., Paris, France.
11. Hall, A. J., D. J. Connor, and D. M. Whitfield. 1989. Contribution of pre-anthesis assimilates to grain filling in irrigated and water-stressed sunflower crops: I. Estimates using labelled carbon. Field Crops Res. 20:95-112.
12. Hall, A. J., D. J. Connor, and D. M. Whitfield. 1990. Contribution of pre-anthesis assimilates to grain filling in irrigated and water-stressed sunflower crops: II. Estimates from a carbon budget. Field Crops Res. 24:273-294.
13. Hammer, G. L., T. R. Sinclair, K. J. Boote, G. C. Wright, H. Meinke, and M. J. Bell. 1995. A peanut simulation model: I. Model development and testing. Agron. J. 87:1085-1093.
14. Hunt, R. 1982. Plant Growth Curves-The functional approach to plant growth analysis. Edward Arnold Ltd., London.
15. Johnson, L.W., and Riess, R. D. 1982. Numerical analysis. 2nd. ed., Addison-Wesley Inc., London.
16. Kawano, K. 1978. Genetic improvement of cassava （*Manihot esculenta* crantz） for productivity. Trop. Agric. Res. Ser. 11: 9-21.
17. Montgomery, D. C., and A. E. Peck. 1982. Introduction to linear regression analysis. John Wiley & Sons, New York.
18. Moot, D. J., P. D. Jamieson, A. L. Henderson, M. A. Ford, and J. R. Porter. 1996. Rate of change in harvest index during grain-filling of wheat. J. Agric. Sci. Camb. 126:387-395.
19. Muchow, R. C. 1990a. Effect of high temperature on grain growth in field-grown maize. Field Crops Res. 23:145-158.
20. Muchow, R. C. 1990b. Effect of high temperature on the rate and duration of grain grwoth in field-grown *Sorghum bicolor* （L.） Moench. Aust. J. Agric. Res. 41:329-337.
21. Neter, J., M. H. Kutner, C. J. Nachtsheim, and W. Wasserman. 1996. Applied Linear regression models. 3rd. ed., Richard D. Irwin Inc., London.
22. Radford, P. J. 1967. Growth analysis formulae - their use and abuse. Crop Sci. 7:171-175.
23. Sadras, V. O., M. P. Bange, and S. P. Milroy. 1997. Reproductive allocation of cotton in response to plant and environmental factors. Ann. Bot. （London） 80:75-81.
24. Sofield, I., L. T. Evans, M. G. Cook, and I. F. Wardlaw. 1977. Factors influencing the rate and duration of grain filling in wheat. Aust. J. Plant Physiol. 4:785-797.

25. Speath, S. C., and T. R. Sinclair. 1985. Linear increase in soybean harvest index during seedfilling. Agron. J. 77:207-211.
26. SPSS Inc. 1997a. SigmaPlot user's manual. SigmaPlot 4.0 for Windows. SPSS Inc., Chicago.
27. SPSS Inc. 1997b. Transforms & regressions reference manual. SigmaPlot 4.0 for Windows. SPSS Inc., Chicago.
28. Thornley, J. H. M., and I. R. Johnson. 1990. Plant growth functions. pp. 74 - 88. In: Plant and crop modeling: A mathematical approach to plant and crop physiology. Oxford, New York.
29. Venus, J. C., and D. R. Causton. 1979. Plant growth analysis: A re-examination of the methods of calculation of relative growth and net assimilation rates without using fitted functions. Ann. Bot. 43:633-638.
30. Vos, J. 1981. Effects of temperature and nitrogen grain supply on post-floral growth of wheat: Measurements and simulations. Agric. Res. Rep. 911, Pudoc, Wageningen.

附錄. 三相分段線性函數公式之推導由來

假若函數f_1在t_1與T_1之間是線性的，而$f_1(t_1)=x_1$與$f_1(T_1)=x_2$爲同號，設t在t_1與T_1之間，$f_1(t)=x$，從下圖中可看出兩個明顯的相似直角三角形，其斜率相同，因此該兩個三角形兩邊的比值應該相等，故利用內插法，我們可以寫成：

$$(T_1-t_1)/(T_1-t)=(x_2-x_1)/(x_2-x),$$

即 $(x_2-x)(T_1-t_1)=(x_2-x_1)(T_1-t)$

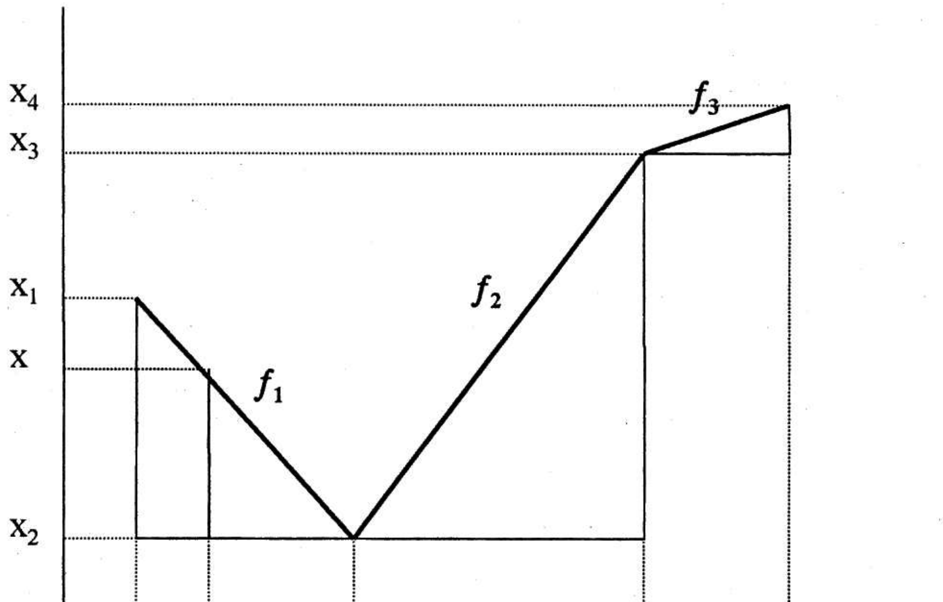
故 $x=[x_2(T_1-t_1)-(x_2-x_1)(T_1-t)]/(T_1-t_1)$

$=[x_1(T_1-t)+x_2(t-t_1)]/(T_1-t_1)$

同理，當t落在T_1與T_2之間或T_2與t_4之間時，可以推導出$f_2(t)$及$f_3(t)$的公式，分別爲：

$$f_2(t)=[x_2(T_2-t)+x_3(t-T_1)]/(T_2-T_1), \quad \text{if } T_1\le t\le T_2$$

$$f_3(t)=[x_3(t_4-t)+x_4(t-T_2)]/(t_4-T_2), \quad \text{if } T_2\le t\le t_4$$



Dynamic Model of Harvest Index in Wetland Taro [*Colocasia esculenta* (L.) Schott][1]

Hsiu-Ying Lu [2], Chun-Tang Lu [2] and Lit-Fu Chan [3]

Summary

The objective of this study was to develop a dynamic model of harvest index (HI) in wetland taro. Based on this model, we investigated the seasonal variation of the estimates of growth parameters under different transplanting months, and examined its effect on final HI. The responses of HI with time under different transplanting months were all fitted well using a continuous three-phase piecewise linear function. This model explained more than 95% of total harvest index variation. The rate and duration of linear HI increase for each linear phase (lag, increase, maturity) were then predicted. Climatic factors affected the onset and cessation of linear HI increase. This resulted in the seasonal variation of final HI under different transplanting months. The duration of HI linear increase appeared to be more important for final HI. The rate and duration during lag phase and maturity stage had no significant effect on final HI.

Key words: Wetland taro, Harvest index, Dynamic model, Three-phase piecewise linear function, Seasonal variation.

---

1. Contribution No. 1977 from Taiwan Agricultural Research Institute .
2. Respectively, Senior Statistician and Assistant Agronomist, Department of Agronomy, TARI, Wufeng, Taichung, Taiwan, ROC.
3. Research Assistant, Office of Farm Management, TARI, Wufeng, Taichung, Taiwan, ROC.